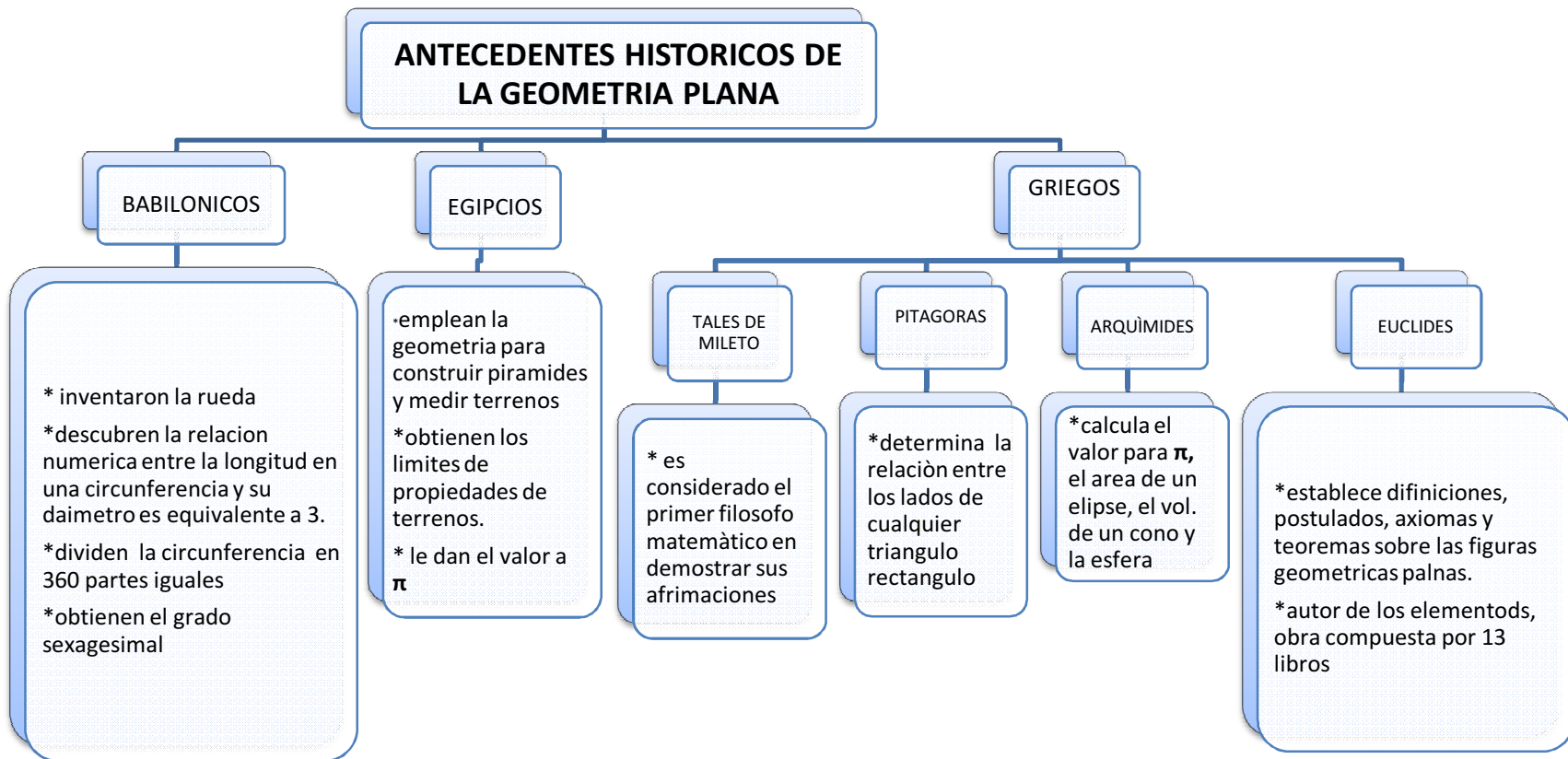


## Geometría plana

### Introducción y conceptos básicos



Evolución moderna de la geometría



Descargues	→	geometría proyectiva.
Descartes	→	geometría analítica.
Monge descriptiva.	→	iniciador de la geometría
Poncelet las figuras.	→	propiedades proyectivas de

### Conceptos básicos de la geometría plana

**Punto:** el punto es una «figura geométrica» a dimensional: no tiene longitud, área, volumen, ni otro ángulo dimensional. No es un objeto físico. Describe una posición en el espacio, determinada respecto de un sistema de coordenadas preestablecido.

**Línea:** en geometría, una línea es una sucesión continua de infinitos puntos. es una figura geométrica que sólo tiene una dimensión: longitud. cada línea tiene dos sentidos y una dirección.

**Línea recta:** es aquella línea que tiene todos sus puntos en una sola dirección y se prolonga indefinidamente, en ambos sentidos. Recta AB.

a-----b

**Línea curva:** es aquella línea en la que los puntos cambian continuamente por lo que no poseen algún tramo recto.

**Línea mixta:** está compuesta por partes rectas y curvas.

**Plano:** es el ente ideal que sólo posee dos dimensiones, y contiene infinitos puntos y rectas; es uno de los entes geométricos fundamentales junto con el punto y la recta. Solamente puede ser definido o descrito en relación a otros elementos geométricos similares

### Proposiciones geométricas

Una proposición es el enunciado de un hecho, como una ley o un principio, que puede ser verdadero o falso, pero nunca ambas cosas a la vez.

**Definición:** es una proposición que implica la descripción clara y precisa de las características de una cosa.

**Axioma:** es una proposición que por su evidencia se admite sin demostración.

**Postulado:** es una proposición no tan evidente como el axioma, pero que también se admite sin demostración.

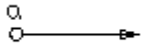
**Teorema:** es una proposición que requiere ser demostrada para que se acepte su validez. Su demostración se apoya en los axiomas y postulados que, por convención, han sido aceptados como verdaderos.

**Corolario:** es una consecuencia inmediata de un teorema y por lo tanto su demostración requiere poco o ningún razonamiento nuevo.

### La recta.

Es una sucesión infinita de puntos, los cuales están ubicados en una misma dirección y en ambos sentidos.

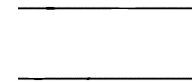
**Rayo o semirrecta:** es la parte de una línea recta que comienza en un punto determinado y se extiende en forma indefinida en un sentido.



**Segmento rectilíneo:** es la porción o sección de una línea recta comprendida entre dos puntos cualesquiera de ésta.



**Rectas paralelas:** se dice que son dos rectas paralelas si estando en un mismo plano no se intersectan, sin importar cuánto se prolonguen.



**Líneas perpendiculares:** dos rectas con perpendiculares cuando al cruzarse una con la otra se forman cuatro ángulos rectos ( $90^\circ$ )



**Rectas oblicuas:** dos rectas son oblicuas cuando al intersecarse no forman ángulos rectos, esto es, cuando no son perpendiculares.

### Ángulos.

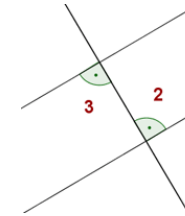
Un ángulo es la abertura formada por dos rayos que tienen un origen común al cual se le llama vértice.

Hay diversas maneras de denotar un ángulo pero siempre se antepone el símbolo ( $\sphericalangle$ ) al nombre:

- Con un letra ubicada en el vértice.
- Con una letra minúscula o con un número, que se escribe dentro de los ángulos cerca del vértice; la letra minúscula puede tomarse del alfabeto griego.
- Mediante tres letras mayúsculas, escribiendo la letra asignada al vértice en medio de las otras dos.

### **Clasificación de los ángulos formados entre dos rectas cortadas por una transversal.**

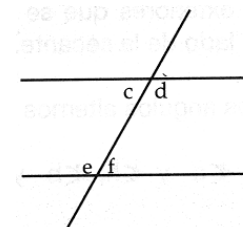
**Ángulos alternos internos:** son aquellos ángulos con diferentes vértices que están situados entre las rectas en este caso el  $\sphericalangle 1$  y el  $\sphericalangle 2$ .



**Ángulos alternos externos:** son aquellos ángulos con diferentes vértices que no están situados entre las rectas y quedan en lados distintos de la transversal.  $\sphericalangle 1$  y  $\sphericalangle 4$ .

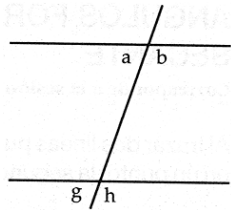


**Ángulos colaterales internos:** son los ángulos con diferentes vértices que quedan entre las rectas y están situados del mismo lado de la transversal. ( $\sphericalangle c$  es colateral al  $\sphericalangle e$ )

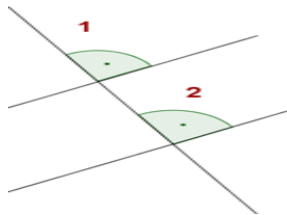


**Ángulos colaterales externos:** son los ángulos con vértices diferentes que no están situados

entre las rectas y quedan del mismo lado de la transversal. ( $\angle a$  es colateral al  $\angle g$ )



**Ángulos correspondientes:** son los ángulos de vértices diferentes que están situados del mismo lado de la transversal, siendo uno interno y otro externo a las rectas. ( $\angle 1$  es correspondiente al  $\angle 2$ )



## Triángulos

Un triángulo es una figura plana formada por tres lados, tres vértices y tres ángulos. También se puede definir a un triángulo como la porción de plano limitada por tres rectas.

Un triángulo está formado por vértices, lados y ángulos. Un vértice de un triángulo es el punto donde se unen dos de sus lados.

Los ángulos pueden ser internos y exteriores. Los internos se forman con dos lados consecutivos de un triángulo. Los exteriores o externos son los que se forman con uno de los lados del triángulo y la prolongación de otro.

Un triángulo se puede denotar mediante tres letras mayúsculas, en cualquier orden o con un número romano dentro de la figura.

**Clasificación de acuerdo a la medida de sus lados:**

**Triángulo escaleno:** es aquel cuyos lados y ángulos tienen medidas desiguales.

**Triángulo isósceles:** es el que tiene al menos dos lados y dos ángulos iguales.

**Triángulo equilátero:** es el que tiene sus tres lados y sus tres ángulos iguales.

**Clasificación de acuerdo al tipo de ángulos internos:**

**Triángulo rectángulo:** es el que tiene un ángulo recto.

**Triángulo oblicuángulo:** es el que no tiene algún ángulo recto y puede ser:

- Triángulo acutángulo, que tiene tres ángulos agudos.
- Triángulo obtusángulo, que tiene un ángulo obtuso.

### **congruencia de triángulos**

En geometría se dice que dos figuras son congruentes si tiene la misma forma y tamaño o medida.

Se dice que dos triángulos son congruentes si ambos tienen la misma forma y el mismo tamaño, es decir, que sus lados y ángulos correspondientes sean congruentes. Existe, de tal forma, una correspondencia entre los lados y los ángulos coincidentes de los dos triángulos. Esta correspondencia recibe el nombre de homología, por lo cual podemos afirmar que los lados y ángulos correspondientes de los triángulos son elementos homólogos.

### **Bisectriz e incentro.**

Se llama bisectriz de un ángulo a la línea que lo divide en dos ángulos iguales. Las bisectrices se cortan en un punto llamado incentro.

### **Mediana y baricentro.**

Se llama mediana al segmento de recta trazado de un vértice de un triángulo al punto medio de su lado opuesto. Cada triángulo tiene tres medianas que se cortan en un punto denominado baricentro, este se define como el centro de masa o punto de equilibrio de un triángulo: también se llama gravicentro o centroide, una característica de este punto de equilibrio es que esa situado a  $2/3$  de la longitud de cada mediana medida a partir de cada vértice correspondiente del triángulo.

Mediatriz y circuncentro.

Se denomina mediatriz de un lado de un triángulo a la recta perpendicular levantada por el punto medio del lado, existen en cada triángulo tres mediatrices. Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto llamado circuncentro el cual equidista de los tres vértices del triángulo.

Altura y ortocentro.

Se denomina altura de un triángulo al segmento perpendicular trazado desde un vértice hasta el lado opuesto o hasta la prolongación de dicho lado. Como un triángulo tiene tres vértices, entonces existen tres alturas.

El punto de concurrencia  $O$  de las tres alturas de cualquier triángulo es el ortocentro.

Teoremas:

La suma de las medidas de los tres ángulos internos de un triángulo es  $180^\circ$ .

La suma de las medidas de los ángulos externos de un triángulo es  $360^\circ$ .

Un ángulo externo de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos internos no adyacentes de aquel.

### Semejanza de triángulos.

Las figuras rectilíneas semejantes tienen la misma forma y diferente tamaño, además presentan la propiedad de proporcionalidad en la medida de sus lados correspondientes.

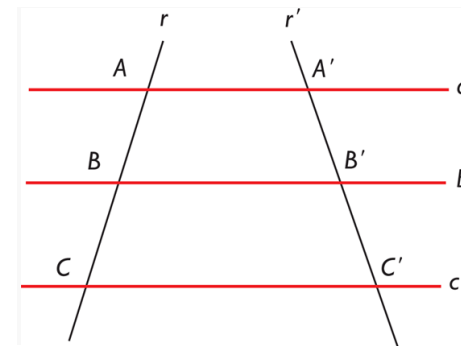
Razón: el cociente entre dos cantidades se denomina razón. Si  $a$  y  $b$  son dos cantidades entonces la razón entre ellas se expresa como  $a:b$  ó  $a/b$ .

Proporción: la igualdad dos razones se denominan proporción. Por ejemplo,  $a/b=c/d$ .

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos homólogos son congruentes y sus lados homólogos son proporcionales.

**Teorema de Tales:** si varias líneas rectas paralelas son cortadas por dos líneas rectas transversales, los

segmentos rectilíneos correspondientes que se determinan en estas son proporcionales.



**Teorema de Pitágoras:** el cuadrado de la hipotenusa de un triángulo es igual a la suma del cuadrado de sus catetos.

